

分析师:

于明明

yumingming@xyzq.com.cn

S0190514100003

系统化资产配置系列之七：基于目标波动率的风险平价改进策略

2020年6月19日

报告关键点

本文提出并验证了目标波动率策略超额夏普的理论来源。基于这一理论框架，我们构建 TVS 的择时信号，并且类比目标波动率的头寸管理与风险平价的权重配置，基于 TVS 择时信号提出风险平价的改进策略。

相关报告

《系统化资产配置系列之六：实时预测中国 GDP 增速》
2020-04-24

《系统化资产配置系列之五：基于择时的目标风险和风险预算配置模型》2019-12-27

《系统化资产配置系列之四：基于长期、中期、短期择时模型相结合的 A 股市场择时研究》
2019-11-03

《系统化资产配置系列之三：基于 AdaBoost 机器学习算法的市场短期择时策略》2019-10-17

《系统化资产配置系列之二：行业的重新分类以及行业轮动策略》2019-09-19

《跨资产的系统性配置策略之一：另类风险溢价的分类以及系统化的配置方法》2019-06-28

团队成员:

投资要点

- 本篇是系统化资产配置系列报告的第七篇，详细介绍了目标波动率策略 (TVS) 有效性的理论框架，并且基于这一框架引入了单一资产的 TVS 的改进策略，最终将这一改进策略应用到风险平价模型的改进中，显著提升了模型效果。
- 本文系统地推导了单资产 TVS 产生超额夏普的充分必要条件，即 TVS 超额夏普来源于预测波动率与风险调整后超额收益的负相关性，即当两者协方差值为负时，策略可取得正向的超额夏普。这一理论在模拟测算和实际资产回测中都得到了验证。对于 TVS 超额夏普比理论框架的验证，我们一方面通过蒙特卡洛模拟，测算了不同条件下的理论超额夏普与实际超额夏普进行对比，另一方面也对于股票、债券和商品三大类资产中的 8 个指数分别进行回测，从理论到实践证明了 TVS 超额夏普比的理论框架。
- 基于 TVS 超额夏普比的理论框架，本报告应用了 TVS 的择时策略，即在每一调仓周期计算上述协方差值，仅在确认协方差值为负 (TVS 择时信号为正) 时使用目标波动率的方案，并且进一步将此信号应用到风险平价模型的改进中。
- 我们分别用沪深 300、中证 500 和 1000 作为股票的配置标的，用中债-国债总财富和中债-信用债总财富作为债类配置标的，用南华工业品、南华农业品和黄金指数作为商品类配置标的。回测结果显示，使用基于波动率择时信号的改进后风险平价策略 (RPTV) 可以实现 6.8% 的年化收益率、1.48 的收益风险比以及仅有 5.5% 的最大回撤，优于改进前的风险平价策略中的 6.0%、1.28 和 6.1%。

风险提示：结论基于历史数据，在市场环境转变时模型存在失效的风险。

目 录

1、目标波动率策略（TVS）的超额夏普比来源理论分析	- 3 -
1.1、目标波动率策略介绍	- 3 -
1.2、目标波动率策略有效性的理论推导	- 3 -
1.3、目标波动率策略实战考虑	- 4 -
2、目标波动率策略有效性理论框架的模拟验证	- 5 -
2.1、完美条件下的超额夏普比验证	- 5 -
2.2、波动率管理与预测不完美时的超额夏普比验证	- 6 -
3、目标波动率策略有效性理论框架的实证检验	- 7 -
3.1、回测数据介绍	- 7 -
3.2、实际资产的实证检验	- 8 -
4、基于目标波动率有效性构建波动率择时信号	- 10 -
5、基于 TVS 择时的改进风险平价策略（RPTV）	- 11 -
5.1、风险平价策略介绍	- 11 -
5.2、基于波动率择时信号对风险平价策略进行改进	- 13 -
6、结论	- 16 -
7、参考文献	- 16 -
图表 1、理论的超额夏普比、波动率管理完美以及完美预测波动率情景下超额夏普比对比	- 6 -
图表 2、不同 ARCH 阶数各类策略的理论与实际超额夏普比表现对比	- 7 -
图表 3、TVS 选取指数	- 8 -
图表 4、各指数基本策略下理论夏普比与实际夏普比对比	- 8 -
图表 5、各类资产各种目标波动率策略净值表现	- 9 -
图表 6、月度各类资产理论超额波动率	- 10 -
图表 7、波动率择时改进前后的 TVS 超额夏普比	- 11 -
图表 8、风险平价与改进后风险平价收益及波动表现	- 14 -
图表 9、风险平价与改进后风险平价净值表现	- 14 -
图表 10、各个资产波动率择时信号为正时段比例与理论超额夏普的关系	- 14 -
图表 11、各类资产风险平价策略与改进后风险平价策略收益贡献对比	- 15 -
图表 12、风险平价最大回撤期改进前后策略各资产的权重以及收益贡献对比	- 15 -

报告正文

本篇是系统化资产配置系列报告的第七篇，详细介绍了目标波动率策略（TVS）超额夏普来源的理论框架，并且通过模拟测算与实际资产回测，验证了理论框架的成立。基于这一理论框架，我们构建了动态的 TVS 模型，在单资产上取得了比传统 TVS 更好的效果。进一步基于改进的 TVS 策略提出风险平价的改进策略，显著提升了模型效果。

1、目标波动率策略（TVS）的超额夏普比来源理论分析

1.1、目标波动率策略介绍

目标波动率策略（Target Volatility Strategy, TVS）是指通过动态调整单资产的市场风险暴露或者多资产组合的权重，从而将最终策略的波动率保持在预定的恒定水平的策略。如果用收益率的标准差作为资产或者组合波动率的度量，单资产的目标波动率策略中，t 时刻的资产的仓位权重可以由如下式子确定：

$$L_t = \frac{\sigma_T}{\hat{\sigma}_t} \quad (1)$$

L_t : t 时刻资产的风险暴露水平（仓位）；

σ_T : 事先确定的目标波动率值，可以用 $\sigma_T = \bar{\sigma} \times target_level$ 来确定，其中 $\bar{\sigma}$ 为资产长期波动率水平， $target_level$ 是预先设定的目标波动率水平乘数；

$\hat{\sigma}_t$: 资产收益波动率的预测值。

即当投资者预测未来一期为高波动时期，通过减少风险暴露，可以达到控制下行风险的目的，而当预期未来波动率会下降时，投资者可以通过增加仓位（可能需要加杠杆），捕获资产的风险溢价，最终达到持续稳定波动率的目的。

1.2、目标波动率策略有效性的理论推导

关于 TVS 的有效性，人们普遍认为有两个前提条件（1）波动率聚集性，也就是说高波动性和低波动性倾向于在给定时期内持续存在，从而有助于从历史波动率来建立对未来波动率的预测；（2）同期波动率与收益之间存在负相关关系，从而可以通过预测波动率来预测收益。然而这两个假设在实践者和学者中并没有被广泛认可。波动性持续时间较短，如果使用每月或每季度的观测值来测量波动性，则波动率持久性可能会消失。虽然同期收益与波动率负相关在很多资产类别中普遍存在，历史波动率与未来预期收益之间的负相关关系仍有待讨论。

因此对于 TVS 的有效性，建立一个合理的理论框架显得尤为重要，这可以帮助投资者决定 TVS 是否是可行的选择。Kais[2018]（《On the Optimality of Target Volatility Strategies》以及兴业证券《西学东渐--海外文献推荐系列之三十五》）提出，TVS 有效的充分必要条件是，风险调整超额收益与波动率之间存在负相关关

系，即 $cov\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right)$ 是一个负数。

基于 Kais[2018]提出的理论框架，我们给出该充要条件的理论推导如下：

TVS 在 t 期的收益可以表示为 $R_t = L_t r_t - (L_t - 1)r^f$ ，将(1)中 L_t 的式子带入，我们可以得到预期收益为：

$$E(R_t) = \sigma_T E\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}\right) + r^f \quad (2)$$

其中 r^f 为市场无风险利率，由 $cov\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right) = E(r_t - r^f) - E\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}\right)E(\hat{\sigma}_t)$ ，可得 $E\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}\right) = \frac{E(r_t) - r^f}{E(\hat{\sigma}_t)} - \frac{cov\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right)}{E(\hat{\sigma}_t)}$ ，带回(2)式，我们有

$$E(R_t) = \sigma_T \left[\frac{E(r_t) - r^f}{E(\hat{\sigma}_t)} - \frac{cov\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right)}{E(\hat{\sigma}_t)} \right] + r^f \quad (3)$$

进一步，TVS 策略的夏普率 S_R 与原资产的夏普率 S_p 的关系可由如下式子得到：

$$\begin{aligned} S_R &\approx \frac{E(R_t) - r^f}{\sigma_T} = \frac{E(r_t) - r^f}{E(\hat{\sigma}_t)} - \frac{cov\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right)}{E(\hat{\sigma}_t)} \\ &\approx S_p - \frac{cov\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right)}{E(\hat{\sigma}_t)} \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 中是个近似式子，其中 $S_R = \frac{E(R_t) - r^f}{\sigma_T}$ 成立条件为 $\sigma_T = E(\Sigma)$ ， Σ 为经过 TVS 波动率管理后的实际波动率，即 TVS 策略的实现波动率要与目标波动率相等， $S_p = \frac{E(r_t) - r^f}{E(\hat{\sigma}_t)}$ 是基于预测波动率等于实际波动率的假设，此时 TVS 的超额夏普的理论来源是 $-cov\left(\frac{r_t - r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right)$ ，即，当资产基于预测波动率计算出风险调整超额收益与波动率负相关时，TVS 才能得到优于基准的夏普率。

1.3、目标波动率策略实战考虑

实战中对于未来波动率的预测通常基于波动率的时间序列的特点，如历史波动率外推或者 GARCH 族模型，这类模型的预测精度均与波动率聚集程度有关，结合 1.2 中对于模型超额夏普比来源分析得知，基于历史波动率对未来波动率预测的 TVS 模型实战中有较好效果的充分必要条件为：

1. 波动率具有聚集性，此时无论用历史波动率外推还是 GARCH 族模型预测波动率均有很高的精度，即 $\hat{\sigma}_t$ 接近未来资产的实际波动率；
2. 同期的风险调整收益与波动率之间存在负相关关系，则协方差矩阵为负；

3. 策略的实际波动率与波动率目标非常接近，即波动率管理的效果更优。

2、目标波动率策略有效性理论框架的模拟验证

为了验证 1.3 中目标波动率有效性的理论框架，本部分做了资产收益率和波动率的蒙特卡洛模拟，波动率模拟中所用模型为不同参数的 GARCH (1, 1) 模型：

$$\begin{cases} r_t = \mu + \sigma_t z_t \text{ with } z_t \sim N(0,1) \\ \sigma_t^2 = \omega + \alpha(\sigma_{t-1} z_{t-1})^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \end{cases} \quad (5)$$

其中 α 为 ARCH 项， β 为 GARCH 项，且 $\alpha + \beta < 1$ ，当 α 值相对于 β 更小时， σ_t^2 受到当期信号刺激的扰动就更小， σ_t^2 跨时期的数值也就更趋于稳定，波动率受短期信号影响的聚集性就无法体现，也就是说， α 越大，波动率聚集性越强，因此我们可以通过对 α 进行不同的赋值得到不同波动率聚集程度的收益率序列样本。本部分的模拟 α 的模拟的区间范围为 0.05 至 0.9（步长为 0.05）， β 的值取为 0，模拟期数为 50 期。

2.1、完美条件下的超额夏普比验证

下面比较不同的 ARCH 的阶数 α 假设下的模拟结果，如果我们可以完美的管理 TVS 的事后波动率以及能预先得知下一期的实际波动率，也就是 1.3 中提到的第一条和第三条都完美符合，如下图所示，此时策略 PVMPVFS (Perfect Volatility Managed and Perfect Volatility Forecasted Strategy) 的实际超额夏普比跟理论框架得到的结果几乎完全一致，两者相关性几乎达到了 100%，可见完美条件下 1.2 中的超额夏普的理论来源可以得到很好的实践验证。

图表 1、理论的超额夏普比、波动率管理完美以及完美预测波动率情景下超额夏普比对比

基准夏普比	理论超额夏普比	PVMPVFS 超额夏普比
20%	0.5%	0.5%
19%	1.1%	1.1%
18%	1.7%	1.7%
16%	2.4%	2.4%
15%	3.2%	3.1%
14%	4.0%	3.9%
12%	4.8%	4.7%
11%	5.6%	5.5%
10%	6.4%	6.3%
8%	7.3%	7.2%
7%	8.2%	8.0%
5%	9.1%	8.9%
4%	10.0%	9.8%
3%	11.0%	10.8%
1%	12.0%	11.8%
-1%	13.1%	12.8%
-2%	14.3%	14.0%
-4%	15.6%	15.3%

资料来源：Wind, 兴业证券经济与金融研究院整理

2.2、波动率管理与预测不完美时的超额夏普比验证

由1.3中分析可知，实战中超额的夏普比通常与理论有些区别，主要来自于事前的下期波动率预测不够精准和事后的策略的波动率管理不够完美，从策略波动率管理和波动率预测两个方面，我们分别改变条件，构建不同的策略，在图表2中分别给出基于完美的策略波动率管理以及通过线性外推获得下期预测波动率的策略PVMRVFS(Perfect Volatility Managed and Realized Volatility Forecasted Strategy)以及基于事后实际的策略波动率和通过线性外推获得下期预测波动率的策略RVMRVFS(Realized Volatility Managed and Realized Volatility Forecasted Strategy)，列出在不同Arch系数下，理论的超额夏普比与实际超额夏普比，以及对应的精度对比。

图表 2、不同 ARCH 阶数各类策略的理论与实际超额夏普比表现对比

ARCH 系数	波动率自相关性	基准夏普比	理论超额夏普比	PVMPVFS 超额夏普比	PVMRVFS 超额夏普比	RVMRVFS 超额夏普比	PVMPVFS 超额夏普比与理论对比	PVMRVFS 超额夏普比与理论对比	RVMRVFS 超额夏普比与理论对比
0.05	21%	20%	0.5%	0.5%	-2.8%	-3.0%	2%	6.69	6.99
0.1	27%	19%	1.1%	1.1%	-2.8%	-3.1%	2%	3.63	3.85
0.15	32%	18%	1.7%	1.7%	-2.8%	-3.1%	2%	2.63	2.82
0.2	37%	16%	2.4%	2.4%	-2.8%	-3.2%	2%	2.15	2.32
0.25	41%	15%	3.2%	3.1%	-2.7%	-3.2%	2%	1.86	2.01
0.3	45%	14%	4.0%	3.9%	-2.6%	-3.2%	2%	1.66	1.80
0.35	48%	12%	4.8%	4.7%	-2.5%	-3.1%	2%	1.52	1.64
0.4	50%	11%	5.6%	5.5%	-2.3%	-2.9%	2%	1.41	1.52
0.45	52%	10%	6.4%	6.3%	-2.0%	-2.6%	2%	1.31	1.41
0.5	54%	8%	7.3%	7.2%	-1.7%	-2.3%	2%	1.24	1.32
0.55	55%	7%	8.2%	8.0%	-1.4%	-1.9%	2%	1.17	1.24
0.6	57%	5%	9.1%	8.9%	-1.0%	-1.5%	2%	1.11	1.16
0.65	58%	4%	10.0%	9.8%	-0.5%	-1.0%	2%	1.05	1.10
0.7	59%	3%	11.0%	10.8%	0.0%	-0.4%	2%	1.00	1.03
0.75	61%	1%	12.0%	11.8%	0.6%	0.3%	2%	0.95	0.97
0.8	62%	-1%	13.1%	12.8%	1.2%	1.2%	2%	0.91	0.91
0.85	63%	-2%	14.3%	14.0%	2.1%	2.1%	2%	0.86	0.85
0.9	65%	-4%	15.6%	15.3%	3.1%	3.3%	2%	0.80	0.79

资料来源：Wind，兴业证券经济与金融研究院整理

由图表2我们可以得出如下规律：

- 1) 即使事后策略波动率管理以及波动率预测有误差，各个策略的超额夏普比跟理论超额夏普比相关性依然很高，PVMRVFS和RVMRVFS的超额夏普比与理论超额夏普比的相关性分别为0.96和0.93；
- 2) 相对于事后策略波动率管理与目标波动率带来的误差相比，波动率预测精度带来的误差更大一些，说明波动率预测精度是TVS超额夏普比理论与实践偏差的重要因素；
- 3) 随着 ARCH 系数的提升，波动率的自相关性越强，理论和实际的误差将变得越来越小，说明对未来波动率预测得越准确，实际策略的超额夏普比与理论值更接近。

3、目标波动率策略有效性理论框架的实证检验

3.1、回测数据介绍

为了比较不同特点的资产对于 TVS 的适用性，我们选取了多个权益、债类、商品（农工业品以及黄金）指数，共计 8 个指数，分析其是否适合 TVS（目标波动率策略）。

图表 3、TVS 选取指数

指数代码	指数名称	基日
N00300.CSI	沪深 300 指数	2005-1-4
N00905.CSI	中证 500 指数	2005-1-4
H00852.SH	中证 1000 指数	2005-1-4
CBA00651.CS	中债-国债总财富（7-10 年）指数	2002-1-4
CBA02751.CS	中债-信用债总财富（7-10 年）指数	2007-1-4
NH0200.NHF	南华工业品指数	2004-6-1
NH0300.NHF	南华农产品指数	2004-6-1
AU9999.SGE	黄金指数	2002-10-30

资料来源：Wind, 兴业证券经济与金融研究院整理

3.2、实际资产的实证检验

为了通过实测证明TVS有效性的充要条件的成立，我们首先选取一组常见的参数构建一个基础TVS，给出这一策略在不同指数上的回测表现。参数选取如下：

- $target\ level = 1$ 。即取各指数自身的长期历史波动率作为目标波动率。
- $period = "m"$ 。即调仓频率为月度（每月底调仓）。
- $max\ cap = +Inf$ 。即暂时不对最大风险暴露作限制。
- $vol\ forecast = "historical\ vol"$ 。即取历史63天收益率滚动标准差为预测波动率。

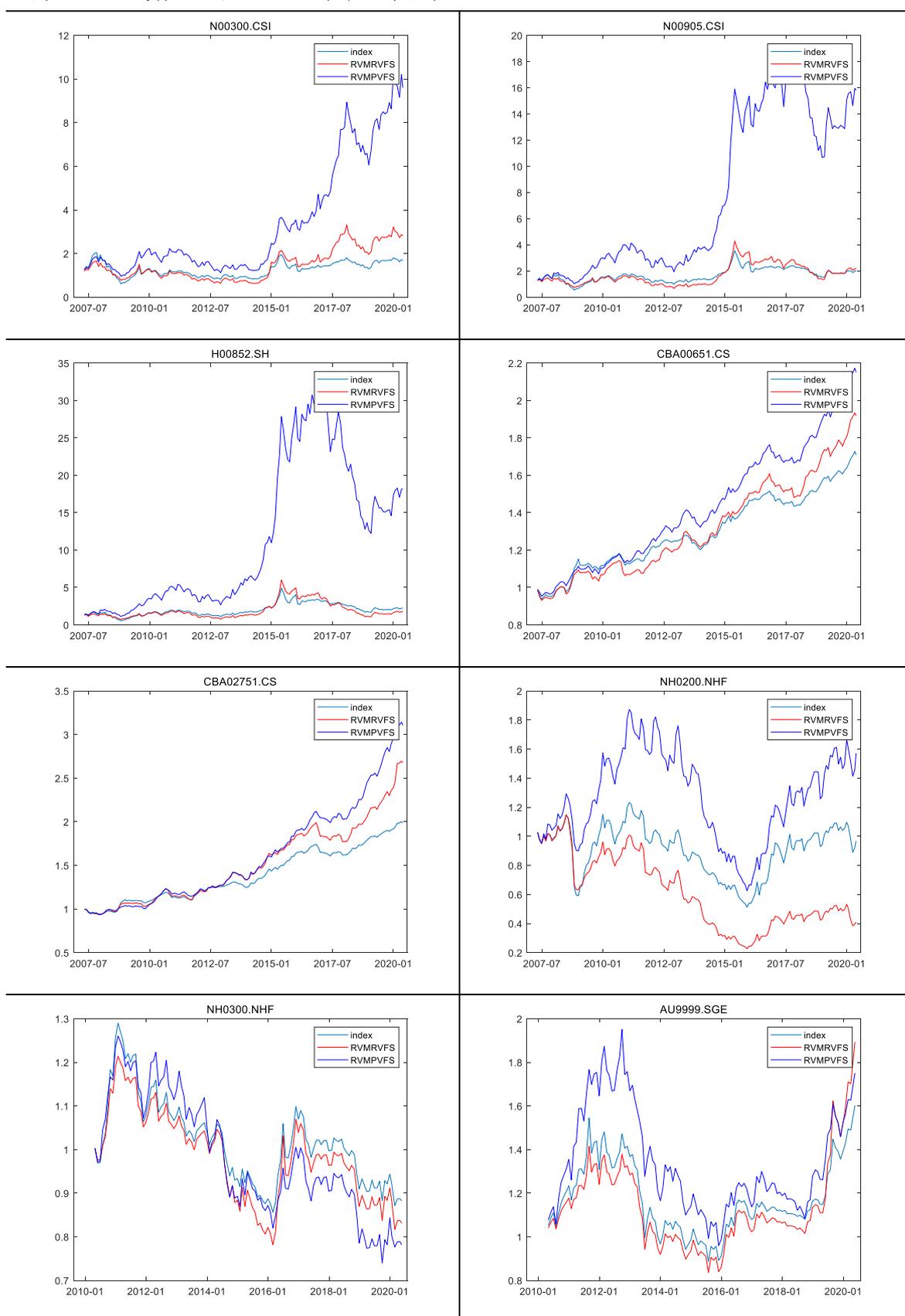
基于以上参数假设，我们分别给出8个指数的TVS的表现见如下图表，发现整体上无论从净值表现还是最终策略的理论超额夏普比和实际超额夏普比的差异来看，TVS的实际夏普与理论夏普比的吻合度非常高，再次验证理论TVS理论框架的实用性。

图表 4、各指数基本策略下理论夏普比与实际夏普比对比

	沪深 300 指数	中证 500 指数	中证 1000 指数	中债-国债总财富指数	中债-信用债总财富指数	南华工业品指数	南华农产品指数	黄金指数
指数夏普比	0.135	0.160	0.171	0.997	1.170	-0.012	-0.079	0.414
RVMRVFS 实际夏普比	0.244	0.169	0.111	1.006	1.253	-0.295	-0.193	0.519
RVMRVFS 理论夏普比	0.279	0.169	0.109	1.158	1.794	-0.344	-0.198	0.541
RVMRVFS 实际超额夏普比	0.109	0.009	-0.060	0.009	0.083	-0.283	-0.114	0.104
RVMRVFS 理论超额夏普比	0.144	0.009	-0.063	0.161	0.624	-0.332	-0.119	0.127

资料来源：Wind, 兴业证券经济与金融研究院整理

图表 5、各类资产各种目标波动率策略净值表现



资料来源：Wind，兴业证券经济与金融研究院整理

分品种来看，若将过去三个月的历史波动率作为波动率预测，中大市值股票指数（如沪深300、中证500）、债券（包括利率债和信用债）以及黄金TVS净值表现优秀，能够取得正的超额夏普，而小市值股票指数（如中证1000）、工业品以及农产品获得的超额夏普则为负，然而无论实际的超额夏普为正或负，可以看到它与理论超额夏普的符号是相同的，这也进一步验证了超额夏普理论推导的有效性。

对于不同的品种，实际超额夏普与理论值的精度不尽相同，债类指数的实际超额夏普与理论超额夏普相差甚远，造成这样的结果是否是由于我们的波动率预测精度不够带来的呢？为了探索波动率预测精度给结果带来的影响，我们假设事前可以完美预知下个月的市场实际波动率（该策略简称为RVMPVFS），发现对于精度最差的债类指数，使用完美预测可以显著提升实际超额夏普相对于理论值的精度。

图表 6、月度各类资产理论超额波动率

		沪深 300 指数	中证 500 指数	中证 1000 指数	中债-国债 总财富指数	中债-信用债 总财富指数	南华工业品 指数	南华农产品 指数	黄金 指数
外推预测	RVMRVFS 超额夏普比	0.109	0.009	-0.060	0.009	0.083	-0.283	-0.114	0.104
	RVMRVFS 理论超额夏普比	0.144	0.009	-0.063	0.161	0.624	-0.332	-0.119	0.127
完美预测	RVMPVFS 超额夏普比	0.473	0.495	0.463	0.423	0.452	0.181	0.045	0.104
	RVMPVFS 理论超额夏普比	0.440	0.466	0.460	0.358	0.822	0.188	0.042	0.067
	基准夏普比	0.135	0.160	0.171	0.997	1.170	-0.012	-0.079	0.414
外推预测	RVMRVFS 夏普比	0.244	0.169	0.111	1.006	1.253	-0.295	-0.193	0.519
	RVMRVFS 理论夏普比	0.279	0.169	0.109	1.158	1.794	-0.344	-0.198	0.541
完美预测	RVMPVFS 夏普比	0.608	0.655	0.635	1.420	1.622	0.169	-0.034	0.518
	RVMPVFS 理论夏普比	0.575	0.626	0.631	1.355	1.992	0.176	-0.037	0.482

资料来源：Wind，兴业证券经济与金融研究院整理

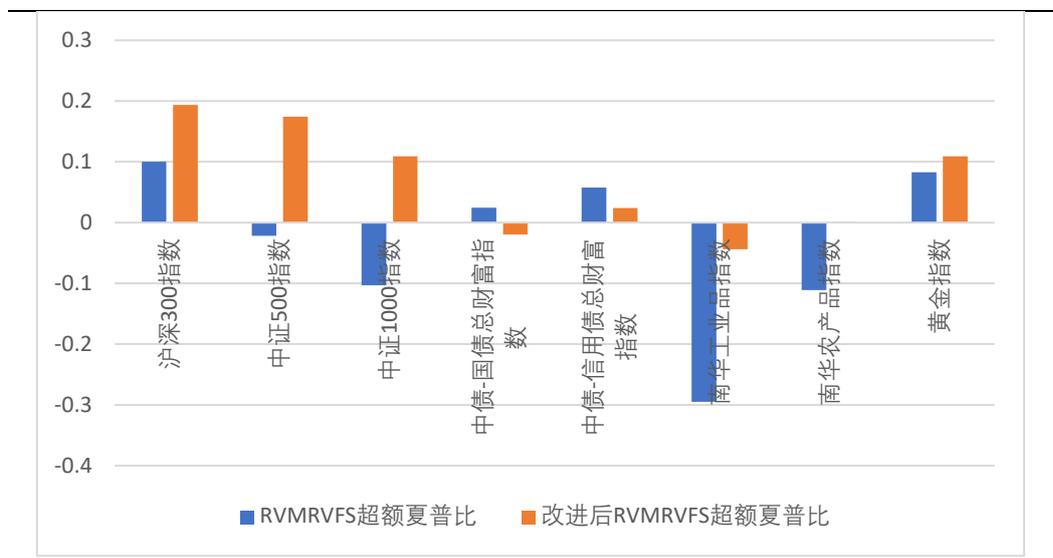
4、基于目标波动率有效性构建波动率择时信号

在第 3 部分的回测验证中，对于每个指数，我们基于全历史数据计算了 $-cov\left(\frac{r_t - r^f}{\sigma_t}, \hat{\sigma}_t\right)$ ，根据这个数值的正负可以推断出 TVS 应用于指数的整个回测时段是否能取得超额收益。但是这个方案在实操时会遇到未来信息的利用问题，站在历史每一期的节点上，我们其实无法获得未来时点的收益率数据，因此无法基

于未来数据判断 TVS 的有效性。另外，根据我们之前的理论推导， $-cov\left(\frac{r_t-r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right)$ 体现的是理论超额夏普，这个值其实随着市场环境的变动会发生正负轮换。我们考虑在每一个调仓周期，根据历史一年半的数据计算 $-cov\left(\frac{r_t-r^f}{\hat{\sigma}_t}, \hat{\sigma}_t\right)$ ，并且将其视为 TVS 的择时信号，若这个值当期为正，则用最近三个月的波动率作为预测波动率 $\hat{\sigma}_t$ ，对应仓位为 $\frac{\sigma_T}{\hat{\sigma}_t}$ ，若该值当期为负，则将历史长期的波动率（expanding）作为预测波动率 $\hat{\sigma}_t$ ，对应仓位是 $\frac{\sigma_T}{\hat{\sigma}_t}$ ，由此构成我们基于 TVS 择时的改进策略。

通过观察我们可以发现南华工业品和农产品指数经过改进后，其夏普比相对于之前均有大幅提升，可见对于长期效果不佳的一些资产品种，可以考虑根据实时调整所 TVS 的策略参数，进而达到提升夏普比的效果。

图表 7、波动率择时改进前后的 TVS 超额夏普比



资料来源：Wind，兴业证券经济与金融研究院整理

5、基于 TVS 择时的改进风险平价策略（RPTV）

5.1、风险平价策略介绍

根据《系统化资产配置系列之五：基于择时的目标风险和风险预算配置模型》(2019-12-27)中介绍，风险平价是风险预算模型的特例，风险平价策略是通过使每种资产对组合整体的风险贡献权重相等来达到真正意义上的分散风险。

在详细介绍风险平价之前，我们先引入一个风险预算（Risk Budgeting）的概念。我们用标准差来定义一个包含 N 个资产的组合的风险：

$$R(w) = \sigma_p = \sqrt{w^T \Sigma w}, W^T I = 1$$

其中 $R(w)$ 、 σ_p 表示组合标准差， Σ 表示收益率协方差矩阵， w 表示资产权重向量，

I 表示单位向量。

资产 i 的边际风险贡献 (Marginal Risk Contribution) 或称 MRC_i 定义为组合风险对资产 i 权重的导数:

$$MRC_i = \frac{\partial R(w)}{\partial w} = \frac{\sum_{j=1}^N w_j \sigma_{ij}}{\sigma_p}$$

资产 i 的总风险贡献 (Total Risk Contribution) 或称 TRC_i 定义为资产 i 权重与其边际风险贡献的乘积:

$$TRC_i = w_i \frac{\partial R(w)}{\partial w} = \frac{\sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}}{\sigma_p}$$

可以看出, 各资产总风险贡献之和等于组合整体风险即组合波动率:

$$\sum_{i=1}^N TRC_i = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}}{\sigma_p} = \sigma_p$$

我们定义资产 i 的风险贡献率为资产 i 的总风险贡献与组合风险的比值, 用 s_i 来表示:

$$s_i = \frac{TRC_i}{\sigma_p}$$

则显然有所有资产风险贡献率之和为 1:

$$\sum_{i=1}^N s_i = 1$$

若给定每个资产的风险贡献率即给定风险预算, 我们可以通过如下优化等式求解出资产权重向量 w :

$$\min_w \sum_{i=1}^N \left(\frac{TRC_i}{\sigma_p} - s_i \right)^2 = \min_w \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}}{\sigma_p^2} - s_i \right)^2$$

资产权重满足如下约束:

$$w^T I = 1$$

$$w \geq 0$$

当所有资产的风险预算 s_i 都等于 $1/N$ ，风险预算就变成了风险平价，即风险平价方法 (Risk Parity) 的目标就是让投资组合中的每项资产有均等的总风险贡献。它可以通过以下优化算法来实现：

$$\min_w \sum_{i=1}^N \left(\frac{TRC_i}{\sigma_p} - \frac{1}{N} \right)^2 = \min_w \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}}{\sigma_p^2} - \frac{1}{N} \right)^2$$

资产权重满足如下约束：

$$\begin{aligned} w^T I &= 1 \\ w &\geq 0 \end{aligned}$$

其中， TRC_i 表示资产 i 的总风险贡献， w 是资产权重向量， σ_{ij} 是资产 i 和 j 的收益率协方差， σ_p 是组合波动率， I 是单位向量。

5.2、基于波动率择时信号对风险平价策略进行改进

可见如果其他要素不变，单个资产的波动率越高则其单位权重的风险贡献越大，而风险平价的优化目标是各类资产的风险贡献相等，从而会给高波动率的资产分配更低的权重，低波动的资产分配更高的权重，而这与单资产的目标波动率的头寸管理思想一致，则可以参考第 4 部分对于目标波动率策略的改进方法来改进组合的风险平价策略：

1. 对于任意时点 t ，对于任意资产 i ，根据第 4 部分的分析，计算 TVS 的择时信号，即理论的超额夏普比是否大于 0；
2. 若择时信号为正，则放入传统的风险评价策略中进行配置，即在风险平价中，其波动率输入为下期的预测波动率；
3. 若择时信号为负，则将其历史长期波动率作为风险平价的输入。

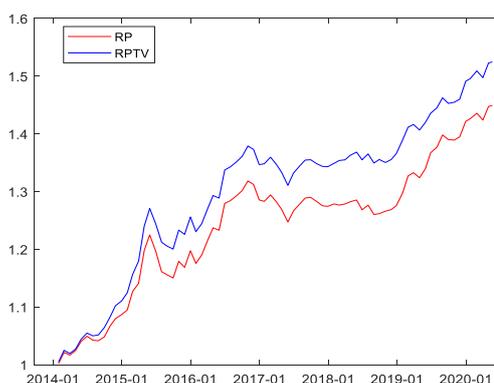
上述策略我们称为 RPTV (Risk Parity on Target Volatility)，风险平价策略改进前后的效果如下表所示，改进后的风险平价模型年化收益率为 6.8%，高于普通风险平价策略的 6.0%，其年化波动率和最大回撤也远远低于普通的风险平价策略，可见改进后的风险平价策略表现更优，可见在组合层面运用 TVS 改进思路可以提升风险平价策略的表现。

图表 8、风险平价与改进后风险平价收益及波动表现

	年化收益率	年化波动率	收益风险比	最大回撤
风险平价 (RP)	6.0%	4.7%	1.28	6.1%
改进后风险平价 (RPTV)	6.8%	4.6%	1.48	5.5%

资料来源：Wind, 兴业证券经济与金融研究院整理

图表 9、风险平价与改进后风险平价净值表现



资料来源：Wind, 兴业证券经济与金融研究院整理

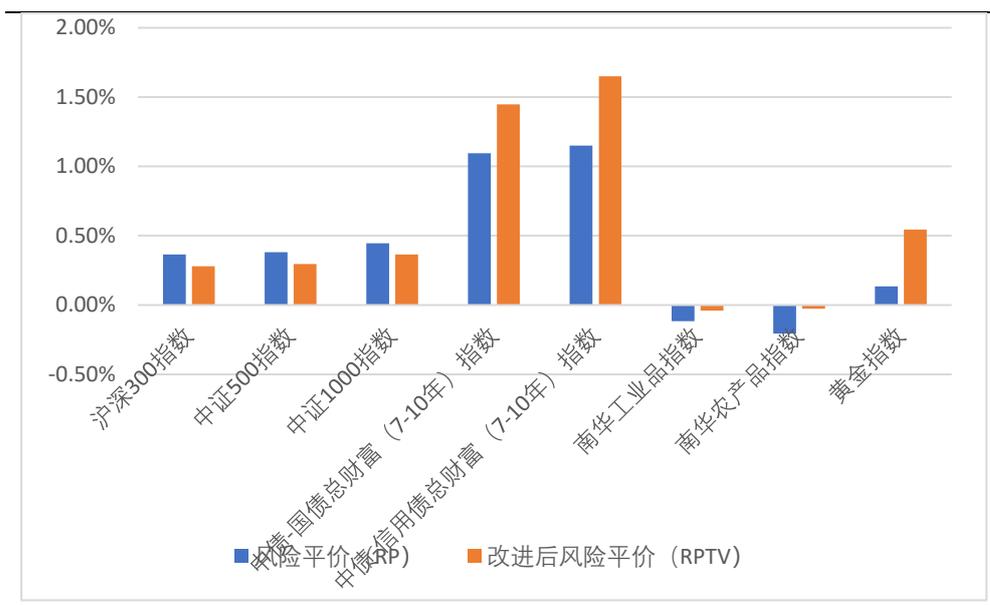
接下来我们考虑基于 TVS 择时信号改进的 RPTV 策略优于传统 RP 策略的原因，我们统计各个资产 TVS 择时信号为正的时点与总期数的比例，从下图表我们可以发现这一数值与全时段 RVMRVFS 的理论超额夏普比高度正相关，相关系数达到 60%，说明该 RPTV 对于长期 TVS 有效的资产会更多地纳入传统的风险平价模型，而长期 TVS 无效的资产会做波动率输入端的调整，进而规避不适合 TVS 的资产在风险平价模型中表现不佳的情况，这也从组合中的单资产来看各类资产的收益贡献在改进后均有明显提升，可以得到进一步验证。

图表 10、各个资产波动率择时信号为正时段比例与理论超额夏普的关系

	沪深 300 指数	中证 500 指数	中证 1000 指数	中债-国债总财富指数	中债-信用债总财富指数	南华工业品指数	南华农产品指数	黄金指数
RVMRVFS 理论超额夏普比	0.14	0.01	-0.06	0.16	0.62	-0.33	-0.12	0.13
波动率择时信号为正比例	69%	38%	34%	87%	66%	32%	30%	27%

资料来源：Wind, 兴业证券经济与金融研究院整理

图表 11、各类资产风险平价策略与改进后风险平价策略收益贡献对比



资料来源：Wind，兴业证券经济与金融研究院整理

改进后的 RPTV 策略最大回撤显著低于改进前的 RP 策略 (5.5% vs 6.1%)，接下来尝试对这一现象进行分析与解释。从净值图可以看到，风险平价策略最大回撤期是 2015-5-29 至 2015-9-30 这一阶段，我们重点关注各类资产在这一阶段的表现，发现权益类资产以及工业品农产品和黄金的回撤均较大（几乎只有债券类资产幸存）。改进后的 RPTV 模型中，权益资产适合 TVS 的时段比例相对于债类比例较低，相应地，模型在输入端用长期波动率（较高）代替了短期波动率（较低），从而权益资产的权重大幅下调，同理债券的比例得以提升，进而避免了这个阶段的大幅回撤，有效提升了原策略表现。

图表 12、风险平价最大回撤期改进前后策略各资产的权重以及收益贡献对比

		沪深 300 指数	中证 500 指数	中证 1000 指数	中债-国债总财富指数	中债-信用债总财富指数	南华工业品指数	南华农产品指数	黄金指数	合计
收益率	各大类资产	-33.1%	-38.4%	-40.6%	3.4%	3.9%	-17.1%	-4.6%	-3.0%	
	风险平价 (RP)	-1.7%	-1.8%	-1.7%	1.0%	0.9%	-1.5%	-0.6%	-0.7%	-6.2%
	改进后风险平价 (RPTV)	-1.9%	-2.0%	-1.7%	1.1%	1.0%	-1.2%	-0.5%	-0.4%	-5.6%
权重	风险平价 (RP)	2.6%	2.0%	1.8%	34.1%	42.4%	5.0%	8.2%	4.0%	100.0%
	改进后风险平价 (RPTV)	2.7%	1.8%	1.6%	23.8%	53.4%	3.5%	9.7%	3.6%	100.0%
	适合 TVS 的时段比例	100.0%	20.0%	20.0%	80.0%	20.0%	80.0%	100.0%	60.0%	

资料来源：Wind，兴业证券经济与金融研究院整理

6、结论

本文从传统的目标波动率策略（TVS）入手，提出并验证了目标波动率策略能够获得超额夏普的理论来源。基于这一理论来源，我们考虑构建 TVS 择时信号，发现利用这一择时信号，择期进行目标波动率策略能够提升部分策略长期失效的指数的表现。通过类比目标波动率对于单资产的头寸管理和风险平价模型对于多资产的权重管理，我们进一步将 TVS 择时信号应用到风险平价模型中，显著降低了资产组合的最大回撤并且提升了收益风险比。回测结果显示，使用基于 TVS 择时信号的改进后风险平价策略（RPTV）可以实现 6.8% 的年化收益率、1.48 的收益风险比以及仅有 5.5% 的最大回撤，远优于改进前的风险平价策略中的 6.0%、1.28 和 6.1%。因此本文提出的风险平价改进模型能够充分利用 TVS 择时信息并取得了优异的表现。

7、参考文献

- [1] Robert Benson, Timothy Furbush, And Christopher Goolgasian, “Targeting Volatility: A Tail Risk Solution When Investors Behave Badly”, *The Journal of Index Investing* 2014.4.4:88-101
- [2] Romain Perchet, Raul Leote De Carvalho, Thomas Heckel, And Pierre Moulin, “Predicting the Success of Volatility Targeting Strategies: Application to Equities and Other Asset Classes”, *The Journal of Alternative Investments* 2016.18.3:1-38
- [3] Kais Dachraoui, “On the Optimality of Target Volatility Strategies”, *The Journal of Portfolio Management* 2018, 44 (5) 58-67
- [4] Döpfel, F.E., and S.R. Ramkumar. “Managed Volatility Strategies: Applications to Investment Policy.” *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 40, No. 1 (2013), pp. 27-39.
- [5] Hocquard, A., S. Ng, and N. Papageorgiou. “A Constant- Volatility Framework for Managing Tail Risk.” *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 39, No. 2 (2013), pp. 28-40.

风险提示：结论基于历史数据，在市场环境转变时模型存在失效的风险。

分析师声明

本人具有中国证券业协会授予的证券投资咨询执业资格并注册为证券分析师，以勤勉的职业态度，独立、客观地出具本报告。本报告清晰准确地反映了本人的研究观点。本人不曾因，不因，也将不会因本报告中的具体推荐意见或观点而直接或间接收到任何形式的补偿。

投资评级说明

投资建议的评级标准	类别	评级	说明
报告中投资建议所涉及的评级分为股票评级和行业评级（另有说明的除外）。评级标准为报告发布日后的12个月内公司股价（或行业指数）相对同期相关证券市场代表性指数的涨跌幅。其中：A股市场以上证综指或深圳成指为基准，香港市场以恒生指数为基准；美国市场以标普500或纳斯达克综合指数为基准。	股票评级	买入	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅大于15%
		审慎增持	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅在5%~15%之间
		中性	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅在-5%~5%之间
		减持	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅小于-5%
		无评级	由于我们无法获取必要的资料，或者公司面临无法预见结果的重大不确定性事件，或者其他原因，致使我们无法给出明确的投资评级
	行业评级	推荐	相对表现优于同期相关证券市场代表性指数
		中性	相对表现与同期相关证券市场代表性指数持平
		回避	相对表现弱于同期相关证券市场代表性指数

信息披露

本公司在知晓的范围内履行信息披露义务。客户可登录 www.xyzq.com.cn 内幕交易防控栏内查询静默期安排和关联公司持股情况。

使用本研究报告的风险提示及法律声明

兴业证券股份有限公司经中国证券监督管理委员会批准，已具备证券投资咨询业务资格。

本报告仅供兴业证券股份有限公司（以下简称“本公司”）的客户使用，本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。本报告中的信息、意见等均仅供客户参考，不构成所述证券买卖的出价或征价邀请或要约。该等信息、意见并未考虑到获取本报告人员的具体投资目的、财务状况以及特定需求，在任何时候均不构成对任何人的个人推荐。客户应当对本报告中的信息和意见进行独立评估，并应同时考量各自的投资目的、财务状况和特定需求，必要时就法律、商业、财务、税收等方面咨询专家的意见。对依据或者使用本报告所造成的一切后果，本公司及/或其关联人员均不承担任何法律责任。

本报告所载资料的来源被认为是可靠的，但本公司不保证其准确性或完整性，也不保证所包含的信息和建议不会发生任何变更。本公司并不对使用本报告所包含的材料产生的任何直接或间接损失或与此相关的其他任何损失承担任何责任。

本报告所载的资料、意见及推测仅反映本公司于发布本报告当日的判断，本报告所指的证券或投资标的的价格、价值及投资收入可升可跌，过往表现不应作为日后的表现依据；在不同时期，本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告；本公司不保证本报告所含信息保持在最新状态。同时，本公司对本报告所含信息可在不发出通知的情形下做出修改，投资者应当自行关注相应的更新或修改。

除非另行说明，本报告中所引用的关于业绩的数据代表过往表现。过往的业绩表现亦不应作为日后回报的预示。我们不承诺也不保证，任何所预示的回报会得以实现。分析中所做的回报预测可能是基于相应的假设。任何假设的变化可能会显著地影响所预测的回报。

本公司的销售人员、交易人员以及其他专业人士可能会依据不同假设和标准、采用不同的分析方法而口头或书面发表与本报告意见及建议不一致的市场评论和/或交易观点。本公司没有将此意见及建议向报告所有接收者进行更新的义务。本公司的资产管理部门、自营部门以及其他投资业务部门可能独立做出与本报告中的意见或建议不一致的投资决策。

本报告并非针对或意图发送予或为任何就发送、发布、可得到或使用此报告而使兴业证券股份有限公司及其关联子公司等违反当地的法律或法规或可致使兴业证券股份有限公司受制于相关法律或法规的任何地区、国家或其他管辖区域的公民或居民，包括但不限于美国及美国公民（1934年美国《证券交易所》第15a-6条例定义为本「主要美国机构投资者」除外）。

本报告的版权归本公司所有。本公司对本报告保留一切权利。除非另有书面显示，否则本报告中的所有材料的版权均属本公司。未经本公司事先书面授权，本报告的任何部分均不得以任何方式制作任何形式的拷贝、复印件或复制品，或再次分发给任何其他人，或以任何侵犯本公司版权的其他方式使用。未经授权的转载，本公司不承担任何转载责任。

特别声明

在法律许可的情况下，兴业证券股份有限公司可能会持有本报告中提及公司所发行的证券头寸并进行交易，也可能为这些公司提供或争取提供投资银行业务服务。因此，投资者应当考虑到兴业证券股份有限公司及/或其相关人员可能存在影响本报告观点客观性的潜在利益冲突。投资者请勿将本报告视为投资或其他决定的唯一信赖依据。

兴业证券研究

上海	北京	深圳
地址：上海浦东新区长柳路36号兴业证券大厦15层	地址：北京西城区锦什坊街35号北楼601-605	地址：深圳市福田区皇岗路5001号深业上城T2座52楼
邮编：200135	邮编：100033	邮编：518035
邮箱：research@xyzq.com.cn	邮箱：research@xyzq.com.cn	邮箱：research@xyzq.com.cn