

## 廖山涛先生百年诞辰纪念会上的发言（扩充版）

唐 云

在 2020 年早些时候我就想起正逢廖山涛先生的百年诞辰，总应该写些什么。所以后来听文兰说起准备在 10 月份举办廖先生纪念活动事感到恰逢其时。记得十年前《数学文化》刚创刊号时，连续登载了冯康先生的故事，文兰就提议像写冯康那样，我们也应写些廖先生的故事。我是非常赞同的。

既然是写故事，就应该掌握大量的材料。现在熟悉廖先生的师友一个个离去，早些时候，在董镇喜、文兰和孙文祥编的一本《廖山涛论微分动力系统》书中有我的一篇《回忆恩师廖山涛先生》文章。在此次纪念廖先生百年诞辰的活动上，我做了一个比较简短的发言。但回去之后，找到了一些廖先生当年留给我书信和亲笔写的文字。回忆起从 1964 年开始，与廖先生三十三年的相处，及所见所闻，一幕一幕历历在目，像放电影那样，不时浮现在我的眼前。因此在那次大会发言的基础上，添加了一些我亲身经历过的事情和思考，做了相当的扩充。

我在 1963 年进入北大高年级时选择了拓扑专门化，先是学习点集拓扑、近世代数和同调代数等基础课程。到 1964 年上半年才开始听廖先生讲的同伦论课。虽然他带有湖南口音，但不久，大家都习惯了。因为他每讲完一段，就把内容工整地写在黑板上，便于我们的接受和记录。遇到比较抽象的概念他还画些简图，加深大家的理解。比如，在讲同伦群的结构时，他先在黑板上画了两个代表不同伦型方块，然后一步步“拼接”成一个新的伦型方块，并解释这种“拼接”的过程是如何满足群运算几个规则的。这就引进了同伦群的概念，非常直观，又不失严谨。记得当时有一本参考书是希尔顿的《同伦论》，但我基本不用，因为听廖先生的讲课效果更好。他的“同伦论”课堂笔记后来在刘旺金的协助下已由北大正式出版了，作为纪念，我至今还珍藏着。

大学的最后一学期是做毕业论文，那已到了1964年下半年，我正好分由廖山涛指导。本来还有一名助教帮助联系和辅导，我没找到我的助教老师，便直接去了廖先生家。刚进门还有些胆怯，说明来意后立刻受到廖先生的热情接待。经过交谈，廖先生指定了两篇文献让我先读起来，然后给他报告。我从北大数学系图书馆很快找到了这两篇英文本。当时没有复印设备，便分几天抄了下来。但细读时还是遇到不少新的概念不好懂，只得再去请教廖先生。他让我先读斯蒂诺德（N. Steenrod）的《纤维丛拓扑》书作为入门，并标出一些重点章节，约好每周去他家一次请教。我对斯蒂诺德的那本书倒很有兴趣，系统地读了下来。有些内容如“覆叠同伦性质”，我们课堂上提到过，那本书用了专门的章节来讲。循着文献我又搜索到了一篇好像是1963年发表的关于紧致空间上覆叠同伦性质的文章，用的是数学归纳法。我记起在一本日本人写的数学书中提到过的超穷归纳法，这似乎可以用来把该性质从紧致推广到仿紧空间上。关键是要引进适当的序结构。我把这个想法跟廖先生谈，他认为可以试试。但实际做起来却费了很大劲，需要引进一些新概念，并建立一系列必要的引理和命题。花费了几个月，总算写出了整整一本。眼看到了12月份，按照学校当时规定我们这届五年半的学制，还有不到一个月就该进入毕业答辩了。经与廖先生商议，只得把这些结果加工成为论文，并在65年1月初参加了拓扑班的毕业论文答辩。廖先生首先肯定了这种推广，但由于没有完成他最初给的任务，便给了五分（满分）减。

在每周的答疑中我感到廖先生很健谈，课题之外他常谈些对于数学发展的看法。大大开阔了我的视野。廖先生当时住在蔚秀园的一间普通的平房里，门厅一张陈旧的方桌和几把木椅便是仅有的家具。冬天添一炉火，但并不热，还不如我们住的宿舍暖和，所以每次去他家时我总得穿厚一些。记得有次廖先生正谈得兴致时，师母买菜进门，打开炉盖一看炉火早已熄灭，说了句埋怨话。此后廖先生就注意不时去添煤块。那段时期我还常看到廖先生桌上放着一本翻旧了的涅梅茨基与斯捷巴诺夫的《微分方程定性理论》书的下册。后来查到那书的最后两章是专讲“动力系统”的，才知道他这是在创立微分动力学理论的新体系。

毕业后，我们那一届代数拓扑班的同学几乎都分配去教中学，我们在京的是先去卢沟桥农场劳动，然后再去教中学。原来我在毕业的前一年就填报了考研究生的申请，到毕业时期“清理思想”，批判“白专”道路，我和不少同学连考研的资格都没有。在农场劳动时心里很苦恼。我找到母校老师，一个个都劝我们要安心思想改造。唯有到廖先生那里，听了我的诉说后，什么“道理”都没讲，只是说“有时间多看看书，千万不要把业务荒废了”，他的这句简短的话却成了我以后的精神支柱。后来在“文革”中，我们没人管，便趁此机会搞起了我的数学业务本行。有次在街上看到一张小字报，提出要用“毛泽东思想”创立一套“新数学”。经与作者联系，发觉他的数学程度虽不高，但联系面较广，通过他联系到一些也在业余搞数学的同行。当时我正在一所初级中学教书，任务不重。我们几个同行便常约聚在一起讨论些共同感兴趣的数学问题。

“文革”过后，百废待兴，我找到廖先生，希望继续“纤维丛拓扑”的研究，把本科时的那篇毕业论文整理发表出来。他立即说，要舍得放弃，尽早进入国际最新领域，并谈了他自己放弃代数拓扑而从事微分动力系统研究的体会，展示了该领域的发展前景。在他的指导下我读了斯梅尔 (S. Smale) 1967 年的综述和亚伯拉罕 (R. Abraham) 的《横截映射与流》等文献，使我找到新的方向和方法。尽管在 1978 年我报考廖山涛的研究生因为其他原因没有考成，到了北工大去教研究生班。后北大举办微分动力系统讨论班，在廖先生的关心下我还是受邀参加，并报告了纳德茨基 (Z. Nitecki) 书中的一章。

讨论班的主持人丁同仁先生在谈到动力系统的发展时说“廖先生站在山顶，而我们都在山脚”。我想我离“山脚”还有段距离。因为我知道动力系统是在“常微”定性理论上发展起来的，而我在北大学“常微”课时正碰上“教改”，只学过一些解法，对“定性”并不了解。我便找到了丁先生，丁当即推荐给我几本经典的常微书。后来去美国读博士时才知道，这些书多是美国研究生的基础教材。

记得在 1978 年，廖先生多次提起在国外《数学进展》(Advances in Math.) 上新发表的迪厄多内 (J. Dieudonne) 《现代纯粹数学动向》文章，里面分析了现代数学的主流与支流，鼓励我翻译出来。我

花了几个月翻译出来后即请廖先生指导。廖对那篇译文逐字逐句做了多处修改。我提出在这篇文章的译者中写上廖先生的名字，或者至少是校对者。廖先生都不同意。后以给研究生的“讲座”为名，请北京工业大学打印出来，印刷多本，作为“内部发行”。在给研究生和高年级学生介绍的同时，便把剩下的分发给数学界的熟人，自己还留下一部分。这篇译文虽没有署廖先生的名字，在数学界还是产生了一些影响。如张芷芬老师曾跟我说，江泽涵先生对此文很重视，在学术会议上特别推荐给大家阅读。麦结华同学还寄来了一份广西数学会的翻印本。数年以后，在《数学译林》中刊登了别人的译文。北工大一位很有翻译经验的教授跟我说，他仔细比较了这两篇译文，认为还是我们的那篇翻译得好。我想，这里饱含着廖先生的心血。

迪厄多内在那篇文章中谈到现代数学的主流时，特别提到1960年以来的裴雪托(M. Peixoto)和斯梅尔的研究工作。并提到70年代发展出来的大范围分析(今几何分析)方向。迪厄多内作为法国布尔巴基学派的传人，他的见解在国际数学界很有权威性，而这与廖先生的想法一致。因此我认为，廖先生的工作，应当是开拓中国现代数学的第一人。但那时期国内媒体在涉及到数学成就时，却是大力宣传在迪厄多内文章中根本没有提到过的数论和函数论方面的工作。特别是在1978年底的中国数学大会上，在新选的学部委员(院士)名单中竟没有廖先生的名字。我与一些同事谈起此事时心理多不平。但廖先生并不以为然。不仅如此，廖先生还在上述那篇译文稿的标题旁边特别强调：“我考虑，至少暂时，这篇文章不宜投稿发表，因为否则，将不利于数学的发展。”(注1)这表现出廖先生对当时媒体大力宣传所持的谦让精神，仅“一杯清水深知足，默默无言散异香”，不愿以自己的成果转移大家的目标。直到1986年廖先生荣获第三世界科学院数学奖后，他的成就才为国内广泛知晓。

在参加丁先生主持的讨论班期间我还注意到斯梅尔等人发表的关于“大范围分析与经济”方面的系列文章。其中有一篇Wan(万业辉)关于多目标优化的论文。我想将其结果从有限维空间推广到无限维，这也同当时北工大同事在搞的“优化”课题一致。我写出了初稿后即请教廖先生，得到了廖的具体指导。在不断完善中廖先生提出争取能在筹备中的《数学年刊》上发表。但到1980年间正好有一美籍华人到北

工大访问，希望推荐一些人才去美国深造。后通过了英语及业务测试，并且在廖先生的推荐下，我较早就收到了美国纽约州立大学布法罗分校（UB）的录取通知，并获得奖学金支持，成为“自费公派”很早出国读学位的一批人。廖先生建议把那篇文章带到美国发表，这样对我的学业会更有好处。后来发现，作为斯梅尔的学生万教授恰好也在那所大学。通过多次讨论，万也给了我很大帮助。不久便在美国 JMAA 杂志上发表。果然，UB 系里对我很重视，第二年就给了我 Fellowship 奖（据说那是该校华人研究生中获得的第一个大奖）。这使我能有机会在 1983 年上半年去加州伯克利大学访问。

在伯克利的半年收获是很大的。当时陈省身创办了数学中心。我知道陈先生是廖先生的博士生导师（后来还查到，廖先生还是陈培养的众多博士中唯一留在国内的学者）。每周陈先生主持的报告会我都争取参加，尽管许多报告我基本听不懂。但我惊讶的是，在每次大会报告后，陈先生总能提出许多问题，甚至把报告人问住。后获悉当年在陈先生指导期间，廖先生就发表了多篇高质量的论文，这是很不简单的。在伯克利期间我还经常去数学图书馆。经查，早期（“文革”前）的中文期刊比较全，而后来的几乎没有。我想，应是在“文革”期间的中文科技刊物上也登载了不少毛语录而致使国外许多图书馆终止订阅。后发现到唯一的一份中文现刊为《北京大学学报（自然科学）》，其中载有几篇廖先生的数学论文。我想，这应与廖先生的工作受到国外关注有关。

那期间正值国内筹备 DD4 会议。廖先生给我来信，希望邀请到斯梅尔参加。我去找过几次，后由于斯梅尔说那期间已另有安排，而未能如愿。直到 1989 年斯梅尔应廖先生邀请访问北大，我见到他们谈得很高兴。

在访问伯克利期间我还跟皮尤（Pugh）谈起廖先生在北大学学报上发表的  $C^1$  封闭性引理的事。他说一直在注意，并且对廖先生非常钦佩。遗憾的是他看不懂中文。回国以后我跟廖先生谈起此事。廖竟说：“就让他们先学好中文再来看好了。既然中国人读外国文献要先学英文，外国人读中国人论文为什么不可以让他们先学中文呢”。

在 1987 年廖先生获国家自然科学一等奖后，科学出版社计划出廖先生的专著。而廖先生只希望出他的论文选集，选几篇论文，要求按发表的原文“复印”出来装订成册，就像斯梅尔 1980 年在《时间的数学》一书中所做的那样，保持原汁原味。这与科学社的要求甚远，难以沟通。后经廖先生推荐，科学出版社找到了我。我立刻了解到双方的分歧所在，并根据科学社的要求，把廖先生两篇英文论文译成中文，这就成为《微分动力系统的定性理论》一书现在的样式。当时我曾建议廖先生把“ $C^1$  封闭性引理”论文也收录。廖没有同意，大概担心会冲散主题。

我是在 1992 年从北工大调到清华的，与廖先生近了，可以随时去拜访。后来在国家自然科学基金委的大力支持下，经廖先生同意，科学出版社决定出版了廖山涛先生论文集的英文版，计划通过纽约的分公司发行。于是，在北大组织下我们几个分工翻译，最后由廖先生审定，于 1996 年正式出版。廖先生的那篇“ $C^1$  封闭性引理”英文论文也是在那次出版他的英文专著时加上的。我记得是在 90 年代初，他对于国外一些学者在提到此引理时常是引用一堆外国人名很有看法，因而在出英文版时再三嘱咐要把这篇附上。

据我所知，廖先生对国内微分动力系统的理论和应用两个方面的研究和发展曾有过一套庞大的计划。在理论方面，廖先生认为他的那套方法能克服西方学者的某些弊端，因而比较关键的论文多用中文发表，期待中国学者早日掌握这套方法，以便在较短时期就走到国际前沿。我想，后来文兰等中国学者所做的研究正在深入这方面的工作。

在应用方面，记得廖先生说过，如果他年轻 20 岁就要改搞应用数学，因而是非常支持并鼓励当时我们在清华的应用数学系从事这方面研究工作的，并提出可称为“应用动力系统”的方向。

廖先生对应用数学兴趣的一个动因应与湍流问题的研究有关。原来在 80 年代，廖先生在介绍自己工作时周培源先生就跟他说过：“你的阻碍集里边有湍流”。当时我在美国，从信中了解到廖先生对于湍流问题的关心，还带回了一本这方面的书。后来我从廖先生那里看到在钱学森列出的“大系统”提纲中，把廖先生的工作放到最后一个，作

为“大系统”的理论终结。经廖先生推荐，我也参加了钱学森在 710 所举办的学术活动。

我是在 80 年代末协助科学出版社编辑廖先生的那本中文版专著期间，才开始比较仔细读了他关于阻碍集方面的论文，并萌生了用阻碍集研究湍流的想法。廖先生对于混沌和湍流有一套独到的想法，他认为两者之间应当存在着一种相当的“过渡”。一谈起这种“过渡”他的精神就来了，只可惜我当时没详细纪录下来。我想先用阻碍集方法研究一类非双曲性的混沌吸引子，这与斯梅尔提出的 21 世纪数学十大问题中的第一个问题有关。因此，我先对阻碍集的计算提出了一个带有“局部性”的算法（后发表在 98 年初的《数学进展》上），发现凡是分岔点都会进入这样的“局部”阻碍集中。当时还让我的一名硕士生计算了包括洛仑兹（E. Lorenz）吸引子在内的一些系统的“局部阻碍集”图像，并且展示给廖先生。看到那些计算出的美妙图像时廖先生十分兴奋，也想得很多。有一次还特地把我叫去，说基于我对流体和阻碍集都有些了解，建议我立一项目，题目就叫“阻碍集与湍流问题”。我担心这个题目太大，一方面希望得到他的直接指导，另一方面计划与北大等搞湍流问题的专家建立联系。在 96 年 9 月我去美国的半年访问期间，廖先生还曾来信“我们在北京所议之题目，待你归来后再议吧”（注 2）。

在美期间我应邀到多处访问交流，通过讲述自己的“阻碍集计算”课题介绍廖先生的工作，引起很大反响。我认为，随着“稳定性猜想”问题的解决，一个系统的结构不稳定性就等价于阻碍集非空。这一句话就把大家吸引住了。因而，很愿意听我关于阻碍集的“普及性”介绍。一些西方学者听到廖有如此高的想法很吃惊，纷纷要去定购刚出版的廖的英文版书来阅读；有的还建议“你这两年什么都别搞，就把廖山涛的理论搞上去，把中国的数学搞上去”。在应邀到布法罗 UB 报告“阻碍集”时，顺带提到曾去过 UB 的文兰有关“稳定性猜想”理论研究的最新进展，在一些教授心中留下了很深的印象。在我离开美国休斯顿大学的前几天，美国的 Notice 上介绍了廖先生英文版文集的通告（注 3）

在 97 年 3 月初回到北京之后，我就“阻碍集与湍流”的研究计划向廖先生作了几次请教，当时他兴致很高，甚至想自己也学些电脑。

不幸的是，在 6 月 6 日晚上，甘少波送来他待评审的博士论文时才获悉，廖先生已于当天清晨离开了我们。第二天一早，我即赶到廖先生家吊唁，并对师母表示诚挚慰问。

第二年我申请的“阻碍集”面上项目大概过于强调与“湍流”的关系，被认为属于“应用”的项目而未获批准。尽管许多人劝我再次申请，但那期间遇到清华电机系正在申报“电力系统”的 973 重大项目。主持人找到前系主任萧树铁，希望推荐应用数学系的教师参加写申请报告。萧先生便找到我。而我在开设全校的动力系统课程时恰遇到过一名电机系的学生，他拿来了一篇满是数学符号的论文来问我。通过反复讨论，解决了他的问题，我也从中了解到数学在电力系统中的重要应用。于是在申请报告中加进了不少有关动力系统方面的内容。后来该项目被顺利通过，于是，我与所带的研究生团队也被卷入长达数年的电力系统 973 项目的研究工作。加上廖先生的离别，“阻碍集与湍流”的研究工作只得中断。

回忆在廖先生去世的前几年，我经常去廖先生家。每看到廖先生用颤抖的手书写或修改的数学论文，总想如何减轻一些廖先生的负担。有次我谈到现在论文用电脑录入修改很方便，并出示了一份打字员用电脑打出的数学文稿非常清晰，廖先生看到很有兴趣。要帮着买一台用于录入的电脑。我从北大同事处获悉，廖先生有笔科研经费。但廖先生坚决不用，坚持要自费购买。廖先生对自己的要求十分严格。他跟我说，他搞研究，每年就买些书，加上复印邮寄，用手头的这些工资就够了，不需要什么项目。他发表文章的版面费都自己掏，而稿费也多用来买书赠人。他不愿意化国家一点钱。常说钱要化在最值当的地方。他曾对发展我国的基础教育事业十分关注，订阅了多份报纸，了解这方面信息，认为应当多投资。

在廖先生去世不久，他的次子廖章林来电告诉我，他们已把廖先生留下的笔记本和手稿收集起来，放到一个房间里。现要腾房，约我去看，商议如何处理这批手稿。我去看到廖先生的手稿都以笔记本的形式堆满在一个柜子里。翻了几本，都是廖先生珍贵的手书，首先需要

分类排序。便出去买回一盒标签，贴在每一本的封面上，并按大致的内容写上序号，记下临时命名的标题。总共有 90 余本。然后再按序号重新放入柜里。经向时任北大数学学院院长的姜伯驹老师汇报，决定由北大接管统一处理。过了些日子，同董镇喜、文兰和一位主管图书馆资料的负责人一齐到廖先生家，将这些手稿运回北大。

后来我们大家一起到董镇喜的办公室整理廖先生的这些珍贵的手稿。文兰等并选出其中一部分可能更有价值的手稿复印装订成册，分送各大图书馆。我们几个也各保留一册。

后来，章林告诉我在另一处房间还存有廖先生大量的书籍，希望取走。我去看了，要分两车拉走。经与章梅荣商议，暂时存放在清华理科楼大厅。这些书中有许多是廖先生生前订阅的美国《数学评论》之类，现都已整理成电子版，缺乏保留价值。放在大厅里供图书馆或师生选取。

几年后，章林告诉我，还整理出廖先生生前的许多私人信件、奖状和其他重要遗物。我感到这些遗物都非常珍贵，应当由北大直接收藏。便告知北大文兰等人。后来我看到文兰已同他们联系上了，也放心了。大多可能已收藏在北大的档案馆中。

记得在十年前收到文兰寄来的《数学文化》创刊号时，为编写廖先生的“故事”，曾从廖章林处获得一些家庭资料。他提到 60 年代初父母的一次“吵架”。那是在“困难时期”，我知道国家对高级知识分子是有些“特供”的。他母亲想用“特供”改善一点家庭生活。但廖先生坚决不同意搞“特殊化”。那时候章林还小，但只记得为此事父母曾“吵”了起来。对这种“吵架”我深感到廖先生为国为民的高贵品质。实际上，廖先生与师母的感情是很深的。记得在廖先生离世前几年，我常去廖先生家。只要师母一人在家，就总跟我抱怨，说每次廖先生犯病到医院抢救，医生总要他长期住院。但廖先生住不了几天，只要缓过气来，没得到医生的许可就自己回来了。师母非常心疼，当然我也非常担心。我深知，廖先生是一刻也离不开他的研究工作的，还想过，能否像陈景润那样，在医院病床上架一张小桌，让廖先生在病床上做研究，同时 24 小时受到医生的监护，以便及时抢救。曾从科学院处同事打听过，但没有成功。我便给了廖先生家里电话及

各种联系办法，说只要一有新的情况就同我联系，我将骑车争取在十分钟内赶到他家。有次，我老伴接到一个电话，用湖南口音问“唐先生在家吗”。我知道一定是是廖先生的电话，因为廖先生对外总称我为“先生”（弄得我很不好意思）。我便立即赶到廖先生家，生怕出问题。一到才知道，廖先生那次担心的是师母身体出问题，赶到后已缓和过来了。廖先生离世后，我去见师母，但她一见到我没说几句就情不自禁哭起来了，总是自责。总是说那天晚上廖先生在自己房间里写东西。以为没事，就去睡了。要是知道，就不会去睡的。我只得好言以慰。觉得那几年师母一直不能从悲痛中解脱，后来去的次数也减少了。

在此次纪念活动中看到不少与廖先生生平相关的资料。王涛正在进一步调查和采访，想必会写出关于廖先生的更多更精彩的“故事”。这里谈一些个人的想法。据章林说及网络查询，获悉廖先生家族有一部详尽的族谱《衡山廖氏八修族谱》（廖佩文主编，2002），共有42卷。据我所知，有这样家谱的长辈对后代会寄予很大的期望。所以廖先生的父辈一定从小就对他有着厚望。廖先生出生的衡山县白果镇与湘潭县接壤。那一地区出过不少性格倔强的伟人。这对廖先生青少年的成长会有很大影响的。特别是，廖先生就读的中学长沙高级中学（今长沙第一中学）是长沙市最好的学校，这对廖先生的影响是终身的。记得在1965年我们去卢沟桥农场劳动期间，我们的连长也姓唐，湖南人。在一次劳动休息时他突然问我：你们北大是否有个叫廖山涛的教授。我说就是我的老师，便好奇地问起他怎么知道的。他说小时候捡到一只藤箱，里面都是书。打开后看到有一本英文练习簿，封面上写着“廖山涛”名字，里面的英文写得非常漂亮。他便把那练习簿带回家，作为自己英文书写的范本。以后，他同我的关系不错。我提出希望他设法能找到廖先生那只藤箱的下落。他口头上答应过，但我想十几年以前的事，恐怕很难找寻到了。我们就分手后就没有再追寻。但从中也可看出，廖先生在中学时期英文基础就相当好。

在1937年冬廖先生中学毕业时，正遇到西南联大的前身，即在1937年11月1日成立的长沙临时大学。我想这与廖先生在中学毕业后即去昆明读1938年4月开办的西南联大也很有关系。当时昆明的生活是清苦的，为了解决家庭经济问题，甚至一些教授也去中学兼职。特

别是在联大毕业后的廖先生已成家，为了一家老小，即去中学教了几年书，这也是理所当然的。后来在 1947 年到北大当助教一年多以后，就被陈省身选中，先后到中研院和美国芝加哥大学读博士。

在我就读的美国 UB 数学系中有一位年长华裔教授，叫袁纯，他似乎也来自芝加哥大学，常同我提起廖先生。我曾问起当年情况，他说廖先生同大家来往不多，总喜欢一个人读书，或思考问题。可见在美国留学期间廖先生也是非常刻苦的，因而在短期就做出很了不起的成果。

廖山涛教授是作为我国数学界的一代宗师离开我们的。他培养造就了一批很有数学功底的人才，他毕生追求数学的真谛，他的学术成就使外国人刮目相看。他关于数学的思想是超前的，早在 20 世纪 60 年代初他就观察到数学的未来，日后才为人们所理解；他还有许多想法至今仍未被广泛理解或接受。廖先生是作为一名学者出现于世的，他的许多富有远见的思想的实现需要有个时间过程。